

Солнечная радиация на  
кровлю и стены здания.  
Расчет.

Инженер Андониев И.Ю.

Нижний Новгород  
2016

## Содержание

	Лист
1. Введение.....	2
2. Задача расчета .....	2
3. Общее описание расчета .....	3
4. Условные обозначения основных величин .....	4
5. Вычисление моментов времени и азимутов восхода и захода Солнца .....	5
6. Текущее значение солнечной постоянной .....	11
7. Текущие значения азимута и высоты Солнца .....	14
8. Вычисление потока радиации на горизонтальную и вертикальные поверхности .....	18
9. Проверка результатов вычислений .....	24
10. Пример расчета .....	24
11. Список используемой литературы .....	33

## 1. Введение.

Во многих областях техники необходимо знать величину потока солнечной радиации на горизонтальные и вертикальные поверхности. Эти данные приводятся в следующих источниках:

а) Мировой центр радиационных данных (МЦРД) публикует данные для нескольких крупных городов России: прямая радиация на нормальную лучу поверхность, суммарная радиация (прямая и рассеянная), суточные и месячные суммы. Единицы измерения: ккал/см<sup>2</sup>, Дж/см<sup>2</sup>;

б) Строительная климатология СНиП 23-01-99 (годы 2000, 2003, 2012) представляет следующие данные, с шагом по северной широте 4°: суммарная солнечная радиация на горизонтальную и вертикальную поверхность при безоблачном небе; единицы измерения: кВтч/м<sup>2</sup>, МДж/м<sup>2</sup>;

в) Строительная климатология и геофизика СНиП 2.01.01-82 с шагом по северной широте 2° (только для июля месяца): суммарная солнечная радиация на горизонтальную и вертикальную поверхность при безоблачном небе; единицы измерения: Вт/м<sup>2</sup>;

г) Справочник по климату СССР в 170 томах, для каждой местности: суммы суммарной солнечной радиации и альbedo деятельной поверхности при средних условиях облачности (на 15 число каждого месяца); тоже самое для вертикальных поверхностей; единицы измерения: МДж/м<sup>2</sup>.

Очевидно в разных источниках представлены разные данные, в различных единицах измерения, при разных условиях облачности. В справочнике по климату СССР информация однообразна для каждого тома, поэтому ее можно использовать для проверки результатов вычислений в этой работе.

## 2. Задача расчета.

Выполнить расчет величины потоков солнечной радиации на горизонтальные и вертикальные поверхности здания, для всей территории России до широты полярного круга 66°, для любого дня года, в условиях безоблачного неба. Здание в виде параллелепипеда, произвольно ориентировано на плоскости: кровля горизонтальная, стены вертикальные. Здание находится на открытой местности, ничто не закрывает его от солнечных лучей. Расчет использовать для технических целей.

## 3. Общее описание расчета.

Расчет состоит из двух частей: астрономической и геометрической. В астрономической части определяются характеристики: координаты восхода и захода Солнца, высота Солнца над горизонтом, азимут и т.д. Солнце над горизонтом движется по дуге и пересекает его в точках восхода и заката, см. рисунок 1. Поток лучистой энергии Солнца на перпендикулярную к лучам поверхность за пределами атмосферы называется солнечной постоянной. Солнечная постоянная хорошо изучена, измерена и величина ее известна. Во второй части расчета определяются интегральные потоки радиации стен и кровли. Здание представлено в виде параллелепипеда, если оно ориентировано одной стеной на север, то все его стены будут равномерно освещаться солнцем. Если здание произвольно ориентировано, то стены будут освещены не равномерно. Количество энергии полученное всем зданием будет максимально если узкий фасад здания обращен на север. Количество энергии полученное всем зданием будет минимально если широкий фасад здания обращен на север. Лучи солнца освещают кровлю и стены здания, под постоянно меняющимися углами. Необходимо найти проекции кровли и стен здания на плоскость перпендикулярную солнечным лучам, тогда можно будет использовать солнечную постоянную. То есть, вычисляется прямая радиация, поэтому ее можно сравнить с многолетними измерениями в справочниках по климату и тем самым проверить собственные вычисления. Если  $S$  обозначает площадь любой плоской фигуры, а  $s$  - площадь проекции этой фигуры на некоторую плоскость, то  $s = S \cos \varphi$ , где  $\varphi$  обозначает острый угол между плоскостью проектируемой фигуры и плоскостью проекций. Угол между плоскостями равен углу между нормальными к этим плоскостям. Расчет выполнен в электронных таблицах Excel, в двух файлах. Первый файл содержит вычисление моментов времени и азимутов восхода и захода Солнца, в любой день года. Второй файл: вычисление суточных сумм радиации на кровлю и стены здания за любой выбранный день года. Методика расчета дана в виде постановки задачи для последующего создания программы.

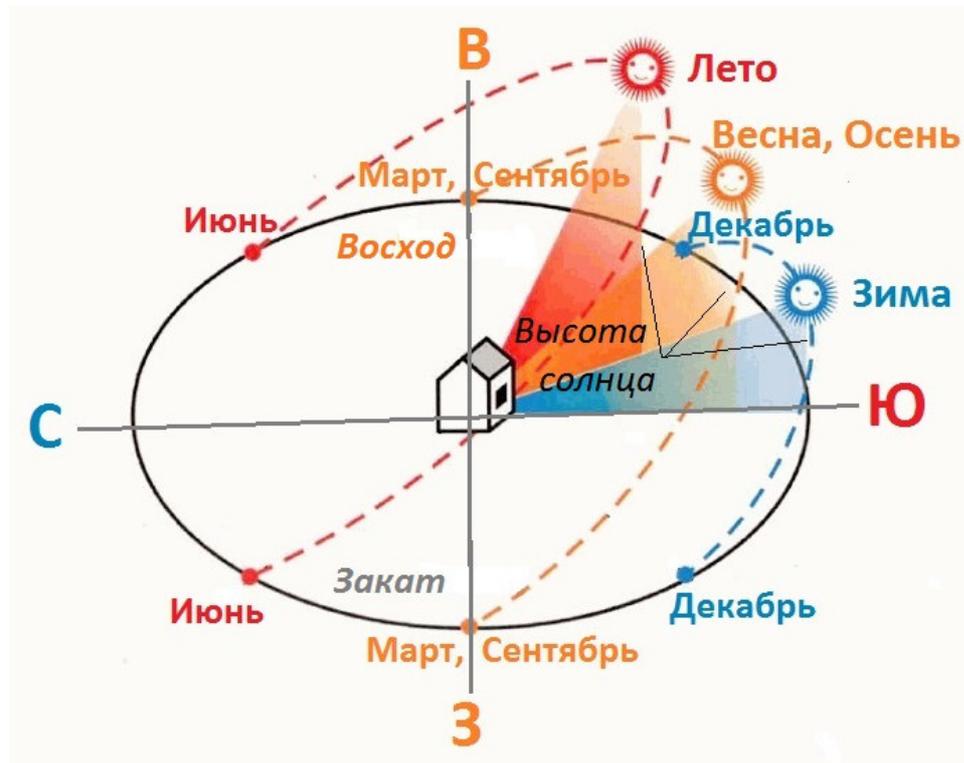


Рисунок 1

## 4. Условные обозначения основных величин .

## Константы:

$a = 149,6$  млн.км - большая полуось земной орбиты ;  
 $b = 149,579$  млн.км - малая полуось земной орбиты ;  
 $e = 0,0167$  - эксцентриситет земной орбиты ;  
 $\varepsilon = 23^{\circ}26,5'$  - угол наклона оси Земли к плоскости орбиты (эклиптики);  
 $\rho = 35'$  - средняя рефракция ;  
 $r_{\odot} = 16'$  - угловой радиус Солнца ;  
 $S_0 = 1,37$  кВт/м<sup>2</sup> - средняя величина солнечной постоянной .

## Исходные данные для расчета :

$\varphi^{\circ}$  - северная широта места (от  $23^{\circ}$  до  $66^{\circ}$ );  
 $\lambda^{\circ}$  - восточная долгота места .

## Переменные:

$d$  - порядковый номер дня в году ;  
 $\alpha_{\odot}$  - прямое восхождение Солнца ;  
 $z$  - зенитное расстояние ;  
 $t_{\text{вос}}$  - часовой угол восхода ;  
 $t_{\text{зах}}$  - часовой угол захода ;  
 $t_i$  - текущий часовой угол ;  
 Авос, Азах - азимут восхода и захода по компасу ;  
 $h_{\odot}$  - высота Солнца в зените ;  
 $h_i$  - высота Солнца над горизонтом ;  
 $S'_0$  - текущее значение солнечной радиации ;  
 $R_{\text{ср}}$  - среднее расстояние от Земли до Солнца ;  
 $R$  - текущее расстояние от Земли до Солнца , млнкм ;  
 $T_{\odot}$  - истинное солнечное время ;  
 $T_{\text{л}}$  - среднее солнечное время ;  
 $\eta$  - поправка к истинному солнечному времени ;  
 $m$  - оптическая масса атмосферы ;  
 коэффициент прозрачности атмосферы :  
 $\rho_{\text{min}}$ ,  $\rho_{\text{nom}}$ ,  $\rho_{\text{max}}$  ;  
 прямая радиация ослабленная атмосферой , кВт/м<sup>2</sup>:  
 $S_{\text{min}}$ ,  $S_{\text{nom}}$ ,  $S_{\text{max}}$  ;  
 энергия пришедшая на поверхность за 4 минуты, кДж:  
 $Q_{\text{min}}$ ,  $Q_{\text{nom}}$ ,  $Q_{\text{max}}$  ;  
 суммарный поток радиации пришедший на поверхность за сутки , МДж/м<sup>2</sup>:  
 $\Sigma Q_{\text{min}}$ ,  $\Sigma Q_{\text{nom}}$ ,  $\Sigma Q_{\text{max}}$  ;  
 $L$ , м - длина здания ;  
 $B$ , м - ширина здания ;  
 $H$ , м - высота здания .

## 5. Вычисление моментов времени и азимутов восхода и захода Солнца .

Для решения задач астрономии пользуются различными системами координат. В данной работе используются две системы сферических координат, рисунок 2. С помощью преобразования небесных координат одной системы вычисляются координаты другой системы. В одной системе светило ориентируют относительно математического горизонта NESW, и называют ее горизонтальной, а в другой - относительно небесного экватора QQ' и называют экваториальной. В каждой из этих систем положение светила на небесной сфере определяется двумя угловыми величинами. В горизонтальной системе положение светила определяется азимутом  $A$  и высотой светила  $h$ . Азимут отсчитывается в обе стороны от точки юга; в западном направлении он считается положительным (от 0 до  $+180^\circ$ ), а в восточном - отрицательным (от 0 до  $-180^\circ$ ). В экваториальной системе положение светила определяется склонением  $\delta$ , прямым восхождением  $\alpha$  и часовым углом светила  $t$ . Прямое восхождение  $\alpha$  отсчитывается по небесному экватору QQ' от той его точки, в которой Солнце пересекает его 21 марта. Эта точка называется точкой весеннего равноденствия и обозначается знаком  $\gamma$ . Часовой угол измеряется дугой небесного экватора Qm от южной половины небесного экватора в направлении вращения небесной сферы, т.е. к западу в угловых единицах от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ .

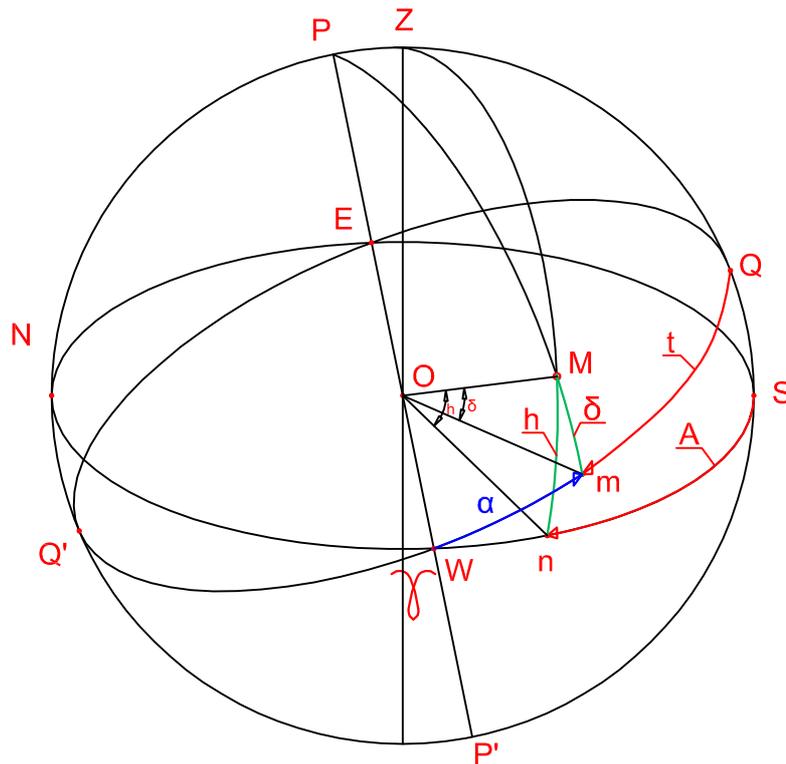


Рисунок 2

Моментами восхода и захода Солнца считаются моменты появления из-за математического горизонта и исчезновения за математическим горизонтом его верхнего края, видимое зенитное расстояние которого  $z' = 90^\circ$ , см. рисунок 3. В эти моменты центр солнечного диска находится на истинном зенитном расстоянии  $z = 90^\circ + \rho + r_\odot$ , где рефракция  $\rho = 35'$  и видимый радиус солнечного диска  $r_\odot = 16'$ . Поэтому в расчете необходимо принимать  $z = 90^\circ 51'$ .

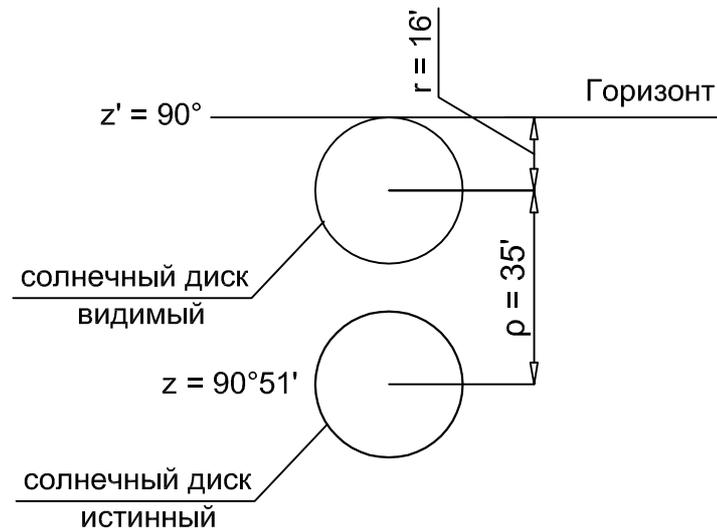


Рисунок 3

В астрономии разработано несколько систем счета времени, каждая из которых имеет свое применение. Поэтому существуют понятия: звездное время, истинное солнечное и среднее солнечное время. Вращение Земли вокруг своей оси можно считать равномерным, отклонения не достигают 0,005 секунды за сутки. По орбите Земля движется неравномерно, то быстрее, то медленнее. Поэтому существует разница между истинным и средним солнечным временем. Связь между обеими системами солнечного времени устанавливается через уравнение времени. Уравнение времени это поправка к истинному солнечному времени, чтобы получить среднее время. На рисунке 4 представлен график уравнения времени на протяжении года. На рисунке 5 представлен график изменения солнечной постоянной на протяжении года. На листе 7 дан подробный алгоритм вычисления моментов времени и азимутов восхода и захода Солнца. Составляется расчетная таблица 2. В таблице 1 для справки даны координаты крупных российских городов на разных широтах, они расположены в порядке возрастания широты места, от самого южного города Сочи до Северодвинска, который расположен не далеко от полярного круга.

Уравнение времени, поправка  
к истинному солнечному времени,  
чтобы получить среднее время

$$\eta = T_{\lambda} - T_{\odot}$$

Среднее время

$$T_{\lambda} = T_{\odot} + \eta$$

Уравнение времени

$$\eta = 7,8 \cdot \sin(D - 2) + 10 \cdot \sin(2D + 10)$$

$$D = \frac{360}{365} \cdot d$$

$d$  - порядковый номер дня в году

Алгоритм вычисления моментов времени и азимутов восхода  
и захода Солнца.

Склонение Солнца точная формула

$$\delta_{\odot} = \arcsin \left( \sin \varepsilon \cdot \sin \left[ \frac{360}{365} (d - 81) \right] \right)$$

$\varepsilon = 23^{\circ}26,5'$  - наклон земной оси к плоскости орбиты

$d$  - порядковый номер дня в году

1 января =  $d = 0$ ; 31 декабря  $d = 365$

Прямое восхождение Солнца

$$a_{\odot} = \arcsin(\operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{ctg} \varepsilon)$$

Уравнение времени: поправка

к истинному солнечному времени

$$\eta = 7,8 \cdot \sin(D - 2) + 10 \cdot \sin(2D + 10)$$

$$D = \frac{360}{365} \cdot d$$

Зенитное расстояние

$$z = 90^{\circ} + \rho + r_{\odot}$$

Средняя рефракция в горизонте

$$\rho = 35' = 0.5833^{\circ}$$

Угловой радиус Солнца

$$r_{\odot} = 16' = 0.2667^{\circ}$$

Часовой угол восхода

$$t_{\text{вос}} = \arccos \frac{\cos z - \sin \varphi \cdot \sin \delta_{\odot}}{\cos \varphi \cdot \cos \delta_{\odot}}$$

Перевод угловой меры в часовую (десятичную)

$$t_{\text{вос}} = \frac{t_{\text{вос}}}{15} \dots$$

Солнечное время

$$t_{\text{вос}} = 12 - t_{\text{вос}} + \eta$$

$$t_{\text{зах}} = 12 + t_{\text{вос}} + \eta$$

Азимут восхода в горизонтальной системе

$$A_{\text{вос}}^{\text{гор}} = \arcsin \frac{\cos \delta_{\odot} \cdot \sin t}{\sin z}$$

Азимут восхода и захода по компасу

$$A_{\text{вос}} = 180 - \arcsin \frac{\cos \delta_{\odot} \cdot \sin t}{\sin z}$$

$$A_{\text{зах}} = 180 + A_{\text{вос}}$$

Высота Солнца в зените

$$h_{\odot} = \delta_{\odot} \pm (90^{\circ} - \varphi)$$

Список географических координат городов России .				Таблица 1		
Город	Северная широта			Восточная долгота		
Измерение	град	мин	десятич.	град	мин	десятич.
Сочи	43.00	36.00	43.60	39.00	43.00	39.72
Владивосток	43.00	7.00	43.12	131.00	53.00	131.88
Севастополь	44.00	37.00	44.62	33.00	31.00	33.52
Южно-Сахалинск	46.00	58.00	46.97	142.00	44.00	142.73
Волгоград	48.00	42.00	48.70	44.00	31.00	44.52
Кызыл	51.00	43.00	51.72	94.00	26.00	94.43
Орел	52.00	58.00	52.97	36.00	4.00	36.07
Иркутск	52.00	17.00	52.28	104.00	17.00	104.28
Петропавловск	53.00	2.00	53.03	158.00	39.00	158.65
Калининград	54.00	43.00	54.72	20.00	30.00	20.50
Омск	54.00	59.00	54.98	73.00	22.00	73.37
Москва	55.00	45.00	55.75	37.00	37.00	37.62
Новосибирск	55.00	1.00	55.02	82.00	55.00	82.92
Нижний Новгород	56.00	19.00	56.32	44.00	0.00	44.00
Екатеринбург	56.00	50.00	56.83	60.00	36.00	60.60
Братск	56.00	9.00	56.15	101.00	38.00	101.63
Тюмень	57.00	9.00	57.15	65.00	32.00	65.53
Ленинград	59.00	56.00	59.93	30.00	19.00	30.32
Магадан	59.00	34.00	59.57	150.00	48.00	150.80
Якутск	62.00	2.00	62.03	129.00	44.00	129.73
Северодвинск	64.00	34.00	64.57	39.00	49.00	39.82

Вычисление моментов времени и азимутов восхода и захода Солнца . Нижний Новгород .

Таблица 2

№	Месяц	Числ	$\delta$	a	$\eta$	(-)вос	Перевод градусной меры в часовую						Солнечное		Среднее		Поясное		День	Азимут	Азимут по компасу			Кульм	Орбита		
							град	мин	час	мин	сек	час	To1	To2	TЛ1	TЛ2	Tн1	Tн2			$\Delta Tн$	A°	Восход		Заход	Дуга°	hв°
0	Янва	1	-23,056	-79,0	1,46	52,44	52,00	26,24	3	29	45	3,5	8,5	15,5	8,53	15,52	8,53	15,52	6,99	46,84	133,16	226,84	94	10,62	147,09	1,418	
....																											
81	Март	22	0,0	0,0	9,4	91,53	91	31,97	6	6	8	6,1	5,9	18,1	6,05	18,26	6,05	18,26	12,2	91,28	88,72	271,28	183	33,68	149,16	1,378	
....																											
173	Июнь	22	23,44	89,19	0,02	132,82	132,0	49,42	8	51	18	8,85	3,15	20,85	3,15	20,86	3,15	20,86	17,71	137,7	42,3	317,7	275	57,12	152,077	1,326	
....																											
265	Сент	22	-0,588	-1,36	-6,4	90,65	90	38,98	6	2	36	6,04	5,96	18,04	5,85	17,94	5,85	17,94	12,09	90,21	89,79	270,21	180	33,09	150,062	1,362	
....																											

Разница между средним и истинным солнечным временем. Уравнение времени  $\eta = f(i)$ , мин

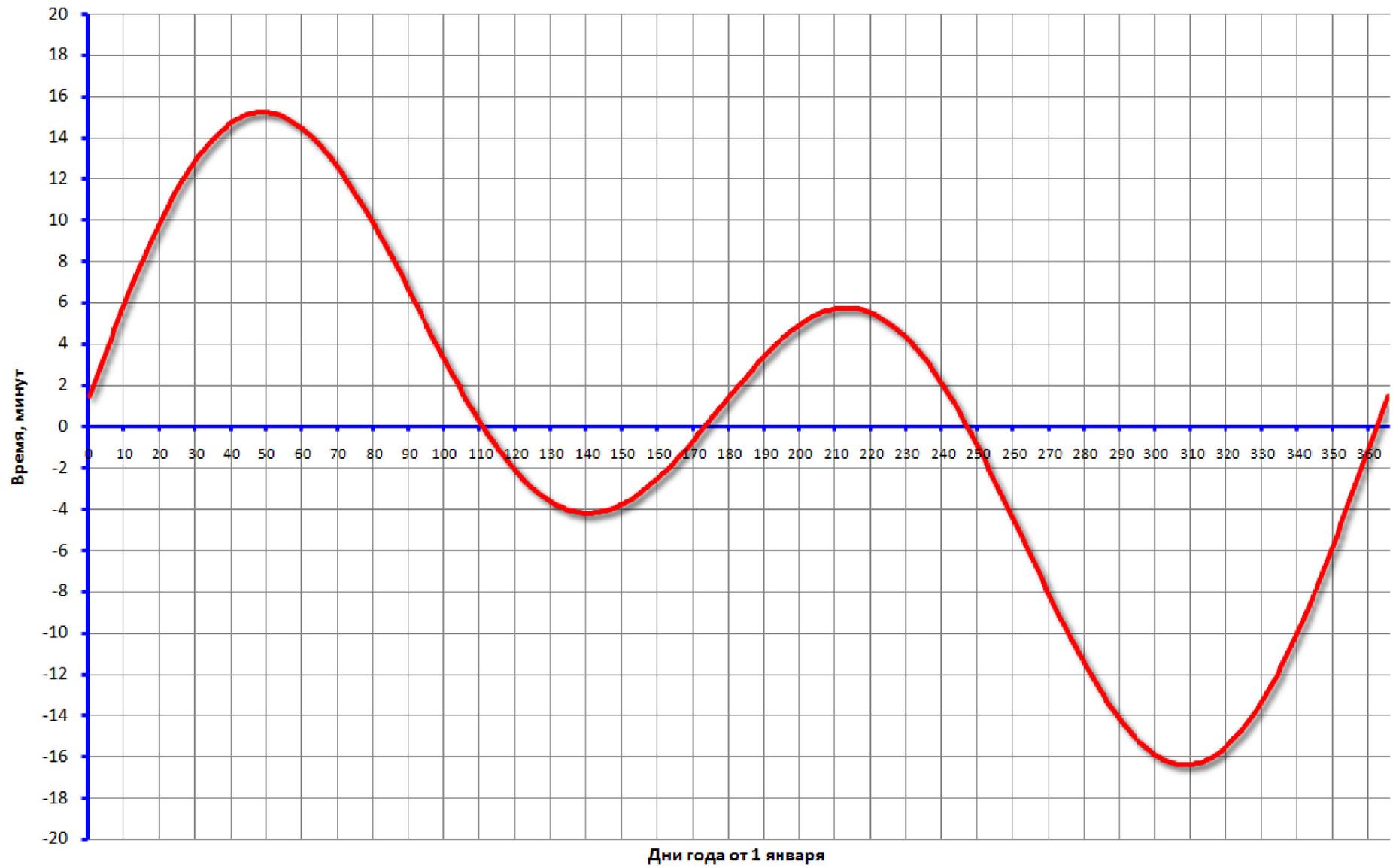


Рисунок 4

## 6. Текущее значение солнечной постоянной .

Солнечная постоянная  $S_0$  является основной исходной величиной, определяющей все дальнейшие изменения интегрального потока радиации в атмосфере и их расчеты. Величина  $S_0$  зависит не только от излучения Солнца, но и от расстояния между Землей и Солнцем. Так как это расстояние в течение года изменяется, за солнечную постоянную принимается величина  $S_0$ , отнесенная к среднему расстоянию  $R_{ср}$ . Земля движется вокруг Солнца по эллиптической орбите. Большая полуось  $a = 149,6$  млн.км, малая полуось  $b = 149,579$  млн.км, эксцентриситет  $e = 0,0167$ . Длина периметра эллипса не выражается в элементарных функциях. Поэтому  $R_{ср}$  вычисляется графически в Autocade, т.е. строится эллипс, его периметр делится на 365 частей, отмечается положение Солнца, измеряется  $R_i$ , затем измеряется  $R_{ср}$ . После этого вычисляется текущее значение солнечной постоянной. Поток радиации ослабляется атмосферой и солнечная постоянная вычисляется по формуле Бугера. Ослабление солнечной радиации происходит при прохождении солнечного луча через толщу атмосферы. При различной высоте солнца луч пересекает атмосферу различной толщины. Число оптических масс обозначает толщину атмосферы пересекаемую солнечным лучом, см.[4] стр. 32. Коэффициент прозрачности атмосферы вычисляется по таблице 3, (см.[4] стр. 172). Табличные данные аппроксимированы полиномом 4 степени.

Таблица 3

Величины коэффициентов прозрачности при различном числе оптических масс							
Прозрачность атмосферы	Число оптических масс $m$ атмосферы						
	1	1,5	2	3	4	5	8
Очень низкая	0,535	0,57	0,594	0,642	0,666	0,685	0,729
Нормальная	0,692	0,724	0,747	0,775	0,795	0,808	0,835
Высокая	0,778	0,806	0,826	0,843	0,857	0,865	0,886

Текущее значение солнечной радиации  
вне атмосферы

$$S'_o = \frac{R_{cp}^2}{R^2} S_o$$

$S_o$  - среднее значение солнечной постоянной

Закон Бугера солнечная радиация ослабленная в атмосфере

$$S_{oi} = S'_o \cdot p^m$$

Оптическая масса атмосферы

$$m = 796 \cdot \left( \sqrt{\sin^2 h_i + 0.002514} - \sinh_i \right)$$

$h_i$  - текущая высота Солнца

Коэффициент прозрачности

$$p_{\min} = -1.66 \cdot 10^{-6} \cdot m^4 + 1.2171 \cdot 10^{-4} \cdot m^3 - 3.1266 \cdot 10^{-3} \cdot m^2 + 0.03298112 \cdot m + 0.76229551$$

$$p_{\text{ном}} = -2.23 \cdot 10^{-6} \cdot m^4 + 1.6422 \cdot 10^{-4} \cdot m^3 - 4.23591 \cdot 10^{-3} \cdot m^2 + 0.04489824 \cdot m + 0.66610674$$

$$p_{\max} = -2.92 \cdot 10^{-6} \cdot m^4 + 2.1002 \cdot 10^{-4} \cdot m^3 - 5.23761 \cdot 10^{-3} \cdot m^2 + 0.05418679 \cdot m + 0.5048951$$

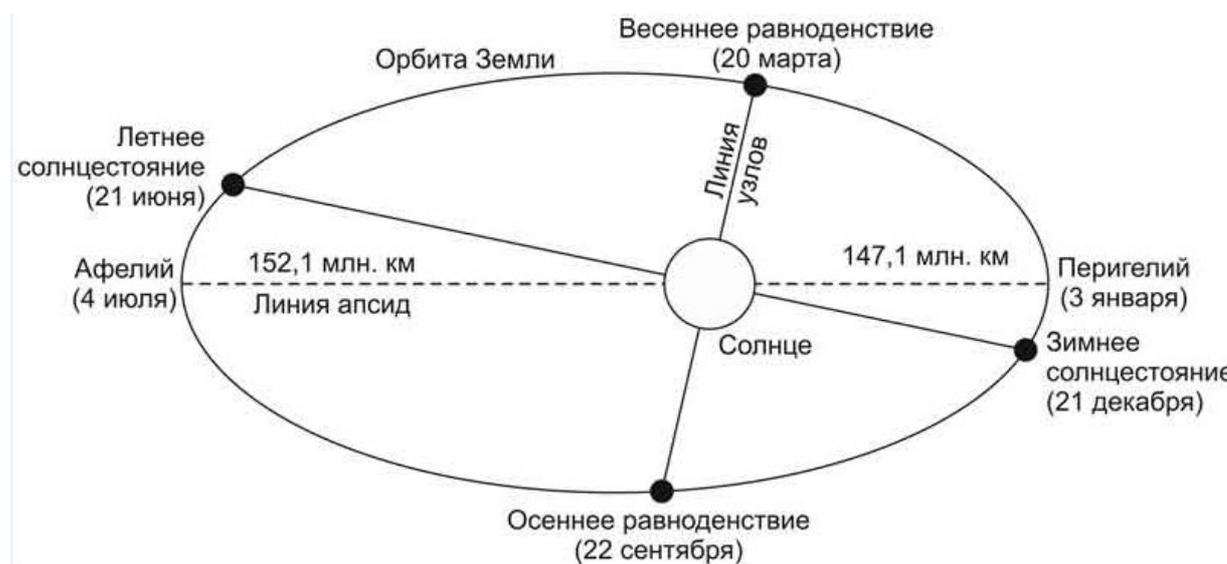


Рисунок 4

Солнечная постоянная, кВт/м<sup>2</sup>

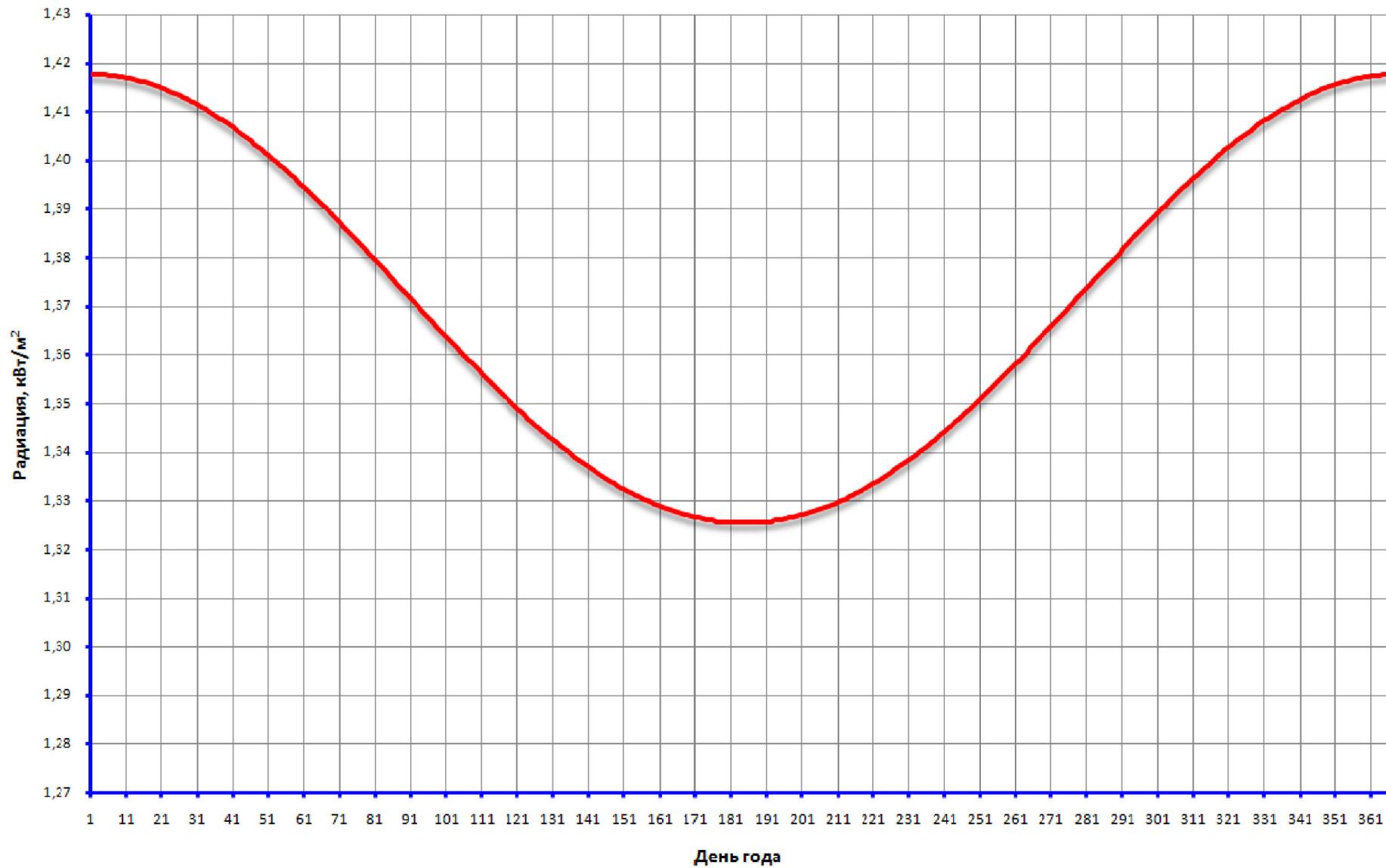


Рисунок 5

## 7. Текущие значения азимута и высоты Солнца .

На этом этапе создается второй файл расчета, где вычисляются потоки солнечной радиации на стены и кровлю здания в течении одного дня, на основе параметров первой части расчета. Чтобы вычислить текущие значения азимута и высоты Солнца используется формула представленная в [3] на стр. 35:  $\sin\delta = \sinh \cdot \sin\varphi - \cosh \cdot \cos\varphi \cdot \cos A$ . Это уравнение выражает связь между горизонтальной и экваториальной системами координат. В пособии [6] стр. 356 дано решение этого уравнения способом введения вспомогательного аргумента. Земля совершает поворот вокруг своей оси на  $1^\circ$  за 4 минуты (240сек). В течении суток переход отрицательных значений радиационного баланса к положительным отмечается после восхода при высоте Солнца около  $7^\circ$  и от положительных к отрицательным - перед заходом Солнца при высоте около  $7^\circ$ . Поэтому от азимута восхода нужно вычесть  $5^\circ$ , а к азимуту заката прибавить  $5^\circ$ . Дуга азимута от восхода до заката разбивается на участки по  $1^\circ$ , затем вычисляется текущее значение высоты Солнца. В таблице 4 представлены исходные данные для расчета второго этапа, а также для проверки и составления графиков 13...16 прямой солнечной радиации на горизонтальную поверхность.

Исходные данные. Нижний Новгород. Таблица 4						
№	Месяц	$\delta_0$	d	$A_{вос}$	$A_{зах}$	$S_0$
1	Январь	-21.43	14	136	225	1.416
2	Февраль	-13.61	45	119	241	1.404
3	Март	-2.82	74	99	261	1.384
4	Апрель	9.41	105	77	283	1.360
5	Май	18.79	135	58	302	1.339
6	Июнь	23.31	166	48	312	1.327
7	Июль	21.51	196	52	308	1.326
8	Август	13.78	227	68	292	1.337
9	Сентябрь	2.22	258	90	270	1.357
10	Октябрь	-9.60	288	111	249	1.380
11	Ноябрь	-19.14	319	130	230	1.402
12	Декабрь	-23.33	349	139	221	1.415

Определение высоты солнца над горизонтом

$$\sin \delta = \sinh \cdot \sin \varphi - \cosh \cdot \cos \varphi \cdot \cos A$$

$$\sinh \cdot \sin \varphi - \cosh \cdot \cos \varphi \cdot \cos A - \sin \delta = 0$$

$$a \cdot \sinh - b \cdot \cosh - c = 0$$

$$a = \sin \varphi$$

$$b = \cos \varphi \cdot \cos A$$

$$c = \sin \delta$$

Решение уравнения

$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x + c = 0$$

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Вспомогательный аргумент  $\varphi$

$$\cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{b^2 + a^2}}$$

$$A \cdot \sin(x + \varphi) + c = 0$$

Или

$$\sin(x + \varphi) = -\frac{c}{A}$$

$$A \leq 90^\circ$$

$$x = \pi \cdot n + (-1)^n \cdot \arcsin\left(-\frac{c}{A}\right) + \varphi$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

$$A > 90^\circ$$

$$x = \pi \cdot n + (-1)^n \cdot \arcsin\left(-\frac{c}{A}\right) - \varphi$$

Решение имеется если

$$0 < \left| -\frac{c}{A} \right| \leq 1$$

Высота солнца над горизонтом

$$h_i = \pi \cdot n + (-1)^n \cdot \arcsin\left(-\frac{\sin \delta}{A_i}\right) \pm \varphi$$

Вычисление потоков радиации на стены и кровлю здания . 15 июня Нижний Новгород .

Таблица 5

№	Ai°	Ai°	hi°	Ak°	Координаты вектора луча			Угол между лучем и плоскостью , ф°			Площадь проекции		
					xb	yb	zb	Стена I(II)	Стена III(IV)	Кровля	S <sub>1(2)</sub> , м <sup>2</sup>	S <sub>3(4)</sub> , м <sup>2</sup>	S <sub>к</sub> , м <sup>2</sup>
A <sub>1</sub>	132	132	1,71	48	0.7428	0.6688	0.0298	8.2	82.0	88.3	178	157	27
....													
A <sub>133</sub>	0	0	56.99	180	0.0000	-0.5447	0.8386	114.7	69.5	33.0	75	394	755
....													
A <sub>266</sub>	-133	133	1.21	313	-0.7312	0.6818	0.0211	87.0	176.8	88.8	9	1123	19

### Высота Солнца $h_i$ над горизонтом Нижний Новгород 15 июня

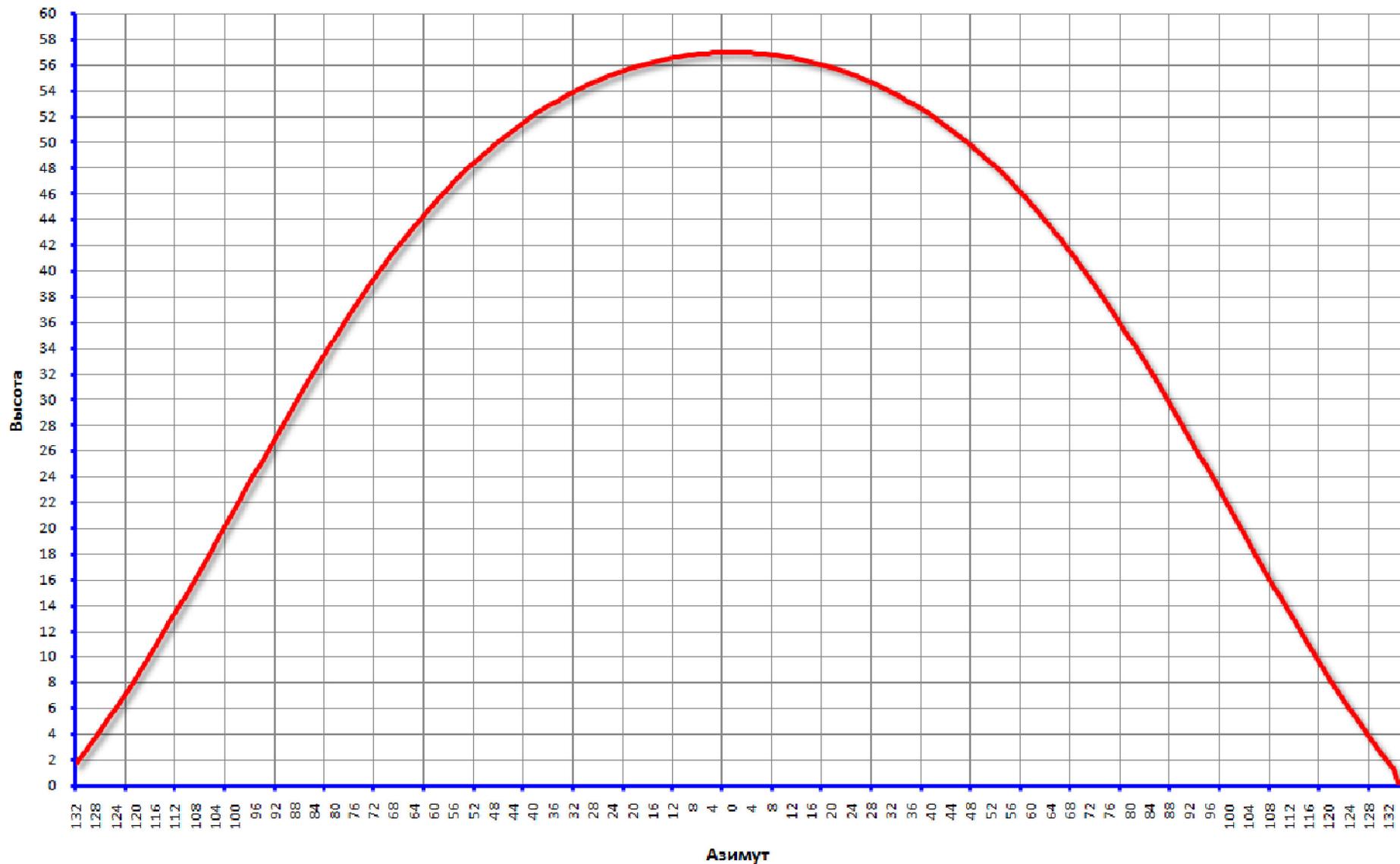


Рисунок 6

## 8. Вычисление потока радиации на горизонтальную и вертикальные поверхности .

Необходимо найти проекции кровли и стен здания на плоскость перпендикулярную солнечным лучам. Если  $S$  обозначает площадь любой плоской фигуры, а  $s$  - площадь проекции этой фигуры на некоторую плоскость, то  $s = S \cos \varphi$ , где  $\varphi$  обозначает острый угол между плоскостью проектируемой фигуры и плоскостью проекций. Угол между плоскостями равен углу между нормальными к этим плоскостям. Эту задачу проще решить применяя векторную алгебру. Имеем две плоскости: плоскость перпендикулярная солнечному лучу и плоскости кровли и стен здания. Нормаль к плоскости перпендикулярной солнечному лучу есть сам солнечный луч. А нормаль к плоскости кровли есть ось  $OZ$  см. рисунок 8. Нормали к плоскостям стен есть оси  $OX$  и  $OY$ , с учетом поворота на угол  $\alpha$ . Нормали к плоскостям необходимо выразить через координаты. Тогда угол между векторами определяется из скалярного произведения векторов. Для лучшего понимания и комментария служат рисунки 7...12. Для ориентации здания от  $0^\circ$  до  $180^\circ$  на север ориентируется длина здания. Для ориентации здания от  $180^\circ$  до  $360^\circ$  на север ориентируется ширина здания. Алгоритм вычисления углов между солнечным лучом и плоскостями представлен на стр . 22. Затем заполняется таблица 6.

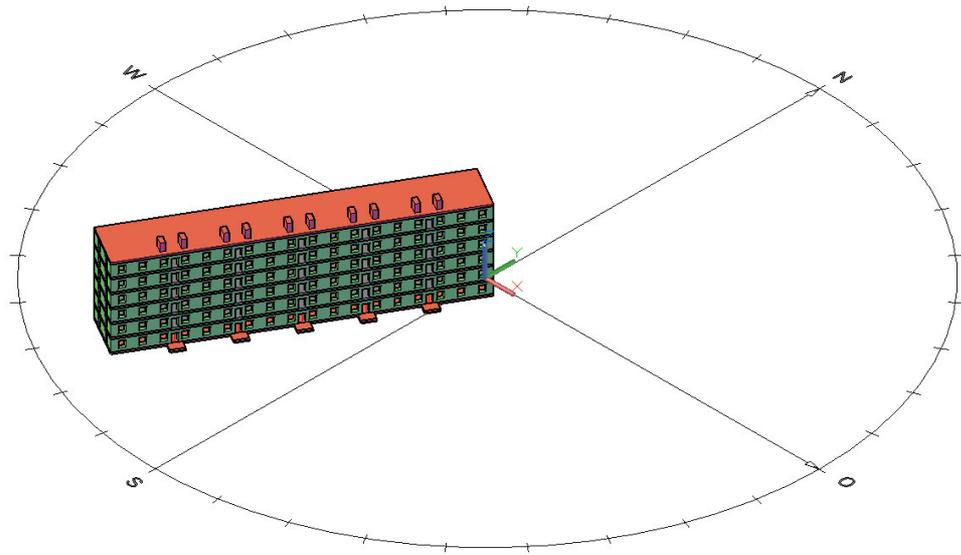


Рисунок 7

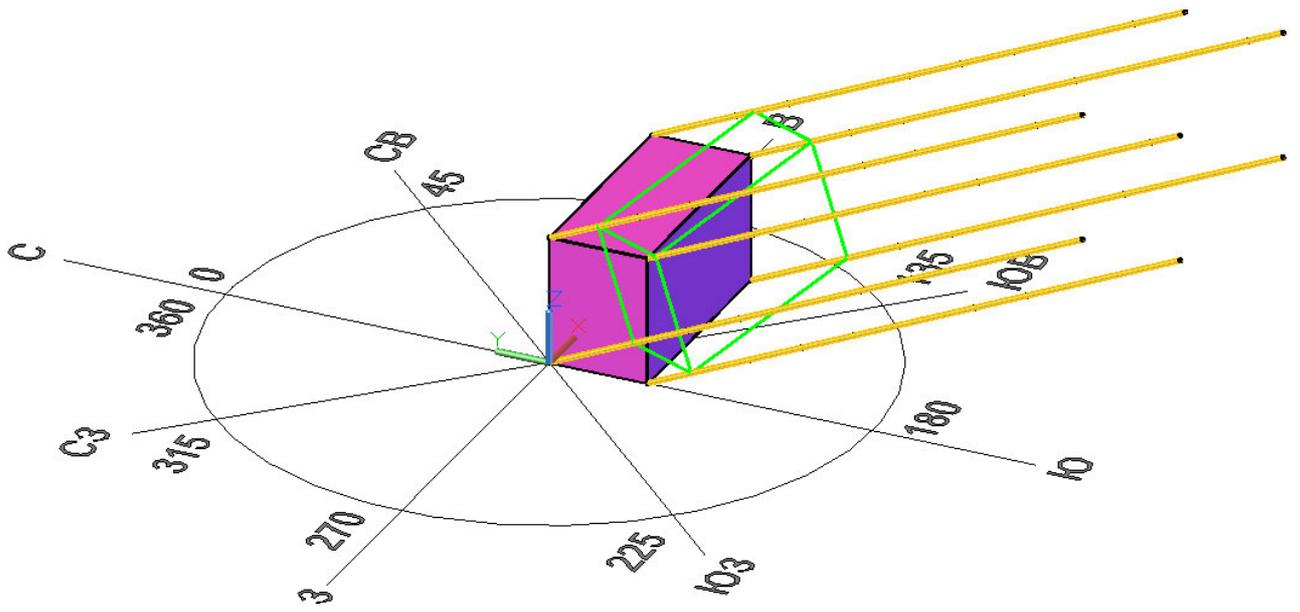


Рисунок 8

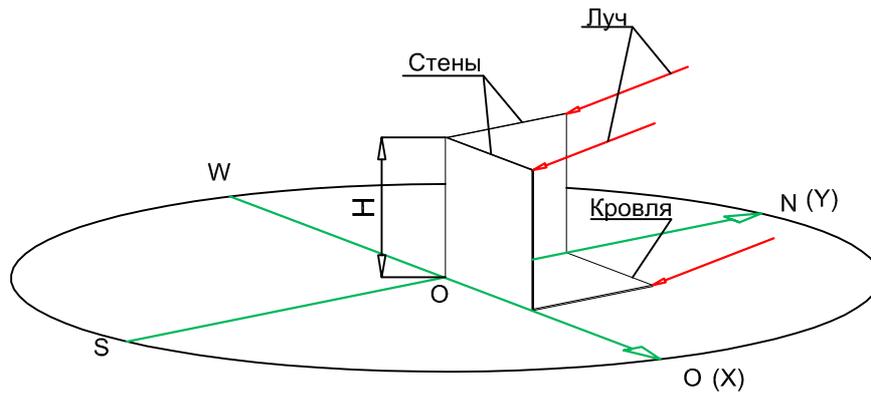


Рисунок 9

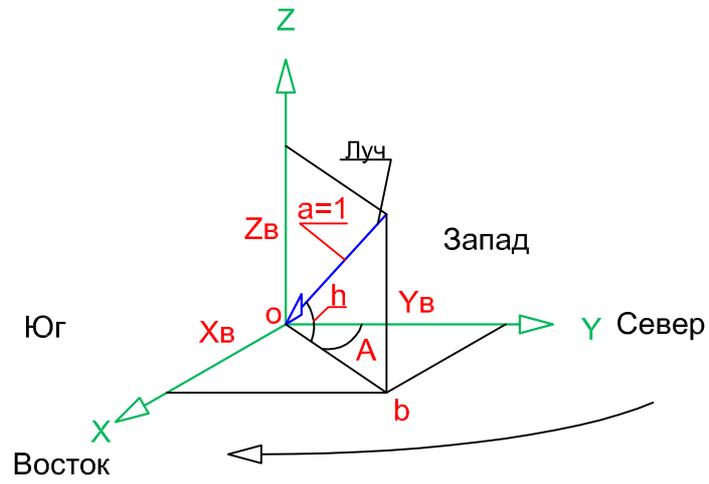


Рисунок 10

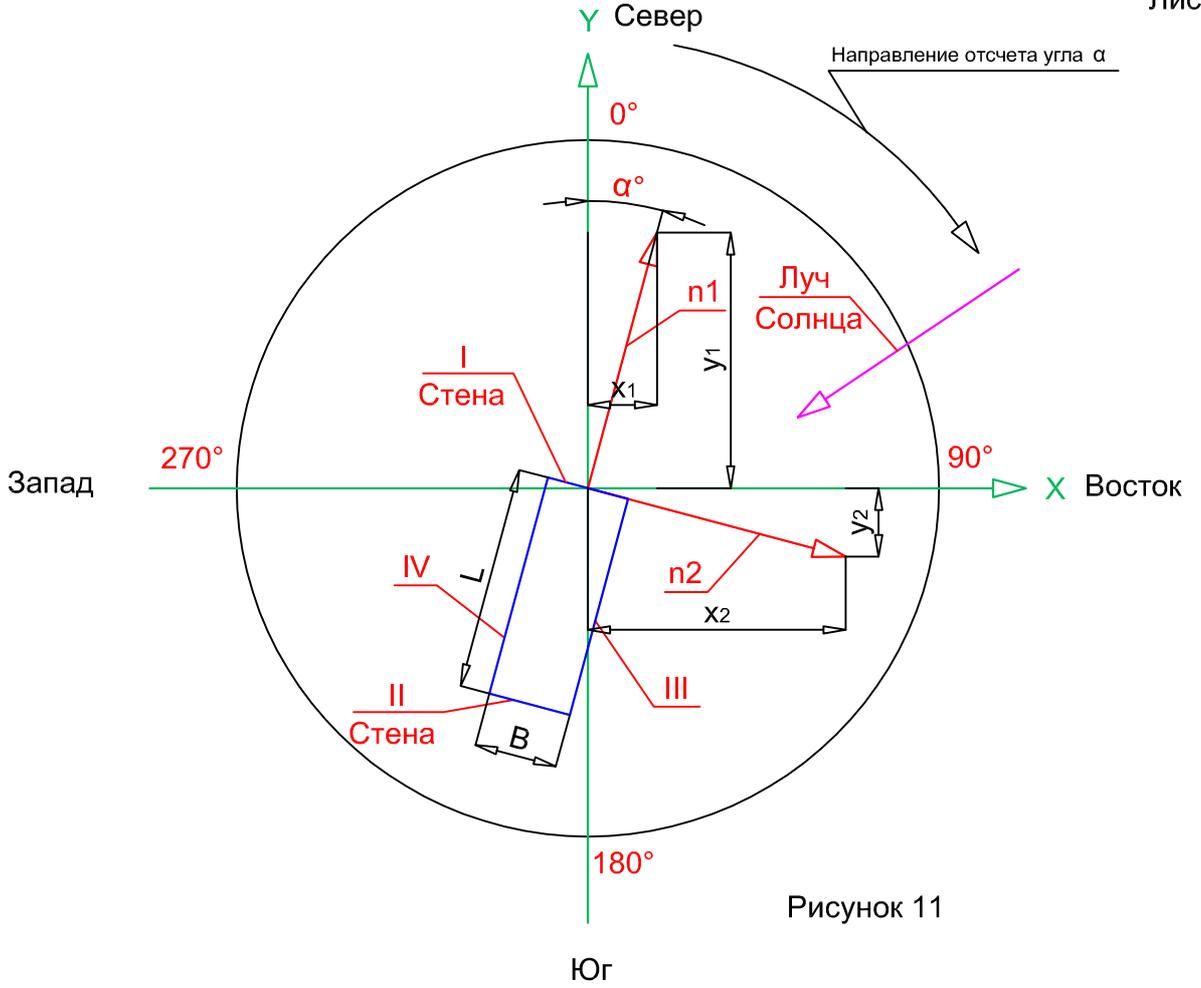


Рисунок 11

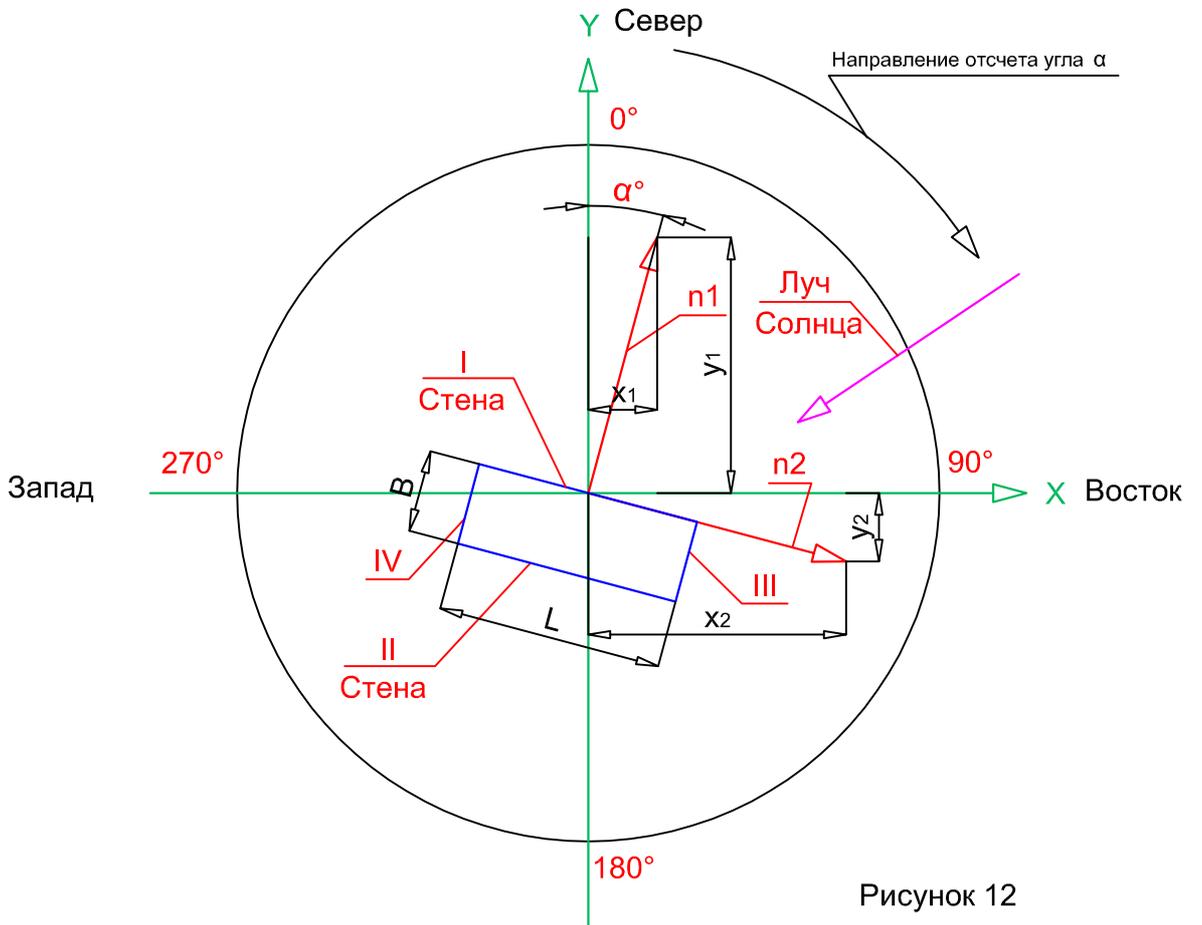


Рисунок 12

Здание произвольно ориентировано

Единиичный вектор луч Солнца  $\vec{a} = 1$

об его проекция

$$ob = 1 \cdot \cosh$$

$$z_b = 1 \cdot \sinh$$

$$x_b = ob \cdot \cos A$$

$$y_b = ob \cdot \sin A$$

$$\vec{a} = (x_b; y_b; z_b)$$

Вертикальные стены

$$\vec{n}_1 = (x_1; y_1; z_1); (\sin \alpha; \cos \alpha; 0)$$

$$\vec{n}_2 = (x_2; y_2; z_2); (\sin(\alpha + 90); \cos(\alpha + 90); 0)$$

$\alpha$  – угол поворота стены

$$\cos \varphi = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Плоскость стены I (II)

$$\cos \varphi = \frac{x_1 x_b + y_1 y_b}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2 + z_b^2} \cdot \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$$

Плоскость стены III (IV)

$$\cos \varphi = \frac{x_2 x_b + y_2 y_b}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2 + z_b^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

Плоскость кровли

$$\cos \varphi = \frac{z_b}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2 + z_b^2}}$$

Заполнение таблицы 6

Оптическая масса атмосферы

$$m_i = 796 \cdot \left( \sqrt{\sin^2 h_i + 0.002514} - \sin h_i \right)$$

$h_i$  - текущая высота Солнца

Коэффициент прозрачности

$$p_{\min} = -1.66 \cdot 10^{-6} \cdot m^4 + 1.2171 \cdot 10^{-4} \cdot m^3 - 3.1266 \cdot 10^{-3} \cdot m^2 + 0.03298112 \cdot m + 0.76229551$$

$$p_{\text{ном}} = -2.23 \cdot 10^{-6} \cdot m^4 + 1.6422 \cdot 10^{-4} \cdot m^3 - 4.23591 \cdot 10^{-3} \cdot m^2 + 0.04489824 \cdot m + 0.66610674$$

$$p_{\min} = -2.92 \cdot 10^{-6} \cdot m^4 + 2.1002 \cdot 10^{-4} \cdot m^3 - 5.23761 \cdot 10^{-3} \cdot m^2 + 0.05418679 \cdot m + 0.5048951$$

прямая радиация ослабленная атмосферой

$$S_{oi} = S_o' \cdot p^m$$

энергия пришедшая за  $\Delta t = 240$  сек

$$Q_{1(2)} = s_{1(2)} \cdot S_{oi} \cdot \Delta t$$

$$Q_{3(4)} = s_{3(4)} \cdot S_{oi} \cdot \Delta t$$

$$Q_k = s_k \cdot S_{oi} \cdot \Delta t$$

суточные суммы радиации, МДж:

$$\Sigma Q_{1(2)}; \Sigma Q_{3(4)}; \Sigma Q_k.$$

удельная радиация, МДж/м<sup>2</sup>:

$$q_{1(2)} = \frac{\Sigma Q_{1(2)}}{s_{1(2)}};$$

$$q_{3(4)} = \frac{\Sigma Q_{3(4)}}{s_{3(4)}};$$

$$q_k = \frac{\Sigma Q_k}{s_k}.$$

Расчет потоков радиации при различной прозрачности атмосферы . 15 июня Нижний Новгород .

Таблица 6

№	m	Коэффициент прозрачности			Радиация ослабленная в атмосфере			Низкая прозрачность			Нормальная прозрачность			Макисмальная прозрачность		
		Pmin	Pnom	Pmax	Smin	Snom	Smax	Q <sub>1(2)</sub> , кДж	Q <sub>3(4)</sub> , кДж	Q <sub>к</sub> , кДж	Q <sub>1(2)</sub> , кДж	Q <sub>3(4)</sub> , кДж	Q <sub>к</sub> , кДж	Q <sub>1(2)</sub> , кДж	Q <sub>3(4)</sub> , кДж	Q <sub>к</sub> , кДж
0	22.72	0.720	0.831	0.883	0.0007	0.0200	0.0781	29	48	4	834	1396	129	3257	5454	502
....																
81	1.34	0.570	0.719	0.801	0,6235	0,8538	0,9866	1558	111324	100730	2134	152439	137932	2466	176151	159387
....																
173	1.27	0.570	0.717	0.799	0,6444	0,8699	0,9992	16970	13023	109835	51	18	9	26314	20194	170311
....																
265	26.51	0.730	0.838	0.887	0,0003	0,0121	0,0552	2	86	1	91	3214	55	414	14681	252
Суточные суммы солнечной радиации , ΣQ, МДж								2350	16307	19091	3504	25229	26833	4237	31010	31420
Удельный поток радиации за сутки , МДж/м <sup>2</sup>								13.1	14.5	21.1	19.5	22.4	29.8	23.5	27.6	34.9

## 9. Проверка результатов вычислений.

Для проверки результатов вычислений используются источники [10], [11], [12] - "Справочник по климату СССР". "Научно-прикладной справочник по климату СССР" подготовлен в управлениях и научно-исследовательских институтах Государственного комитета СССР по гидрометеорологии по единой программе и методике. Климатические характеристики солнечной радиации вычислены из сравнительно коротких рядов наблюдений, относящихся в основном к периоду 1960-1980 гг. Из этих источников для проверки взяты суточные (на 15 число каждого месяца) суммы прямой солнечной радиации на горизонтальную поверхность при ясном небе. Проверка произведена для нескольких городов России: Нижний Новгород, Волгоград, Сочи и Магадан. Составлены таблицы 7...10, на их основе составлены графики см. рисунки 13...16. На графиках показаны кривые сумм суточной радиации на горизонтальную поверхность, расчетные и справочные - зеленая кривая. Очевидно, расчет хорошо соответствует справочным данным. Для технических расчетов можно использовать  $Q_{\min}$  и  $Q_{\text{mid}}$ : расчетные суммы радиации при минимальном и среднем коэффициенте прозрачности атмосферы.

## 10. Пример расчета.

Расчет выполнен для города Нижнего Новгорода. Из таблицы 1 выбираются исходные данные для первой части расчета: северная широта  $\varphi = 56, 32^\circ$  и восточная долгота  $\lambda = 44^\circ$ . Из таблицы 4 выбираются исходные данные для второй части расчета на 15 июня. Результаты расчета представлены в таблице 7, угол поворота здания  $\alpha = 33^\circ$ . На рисунках 17...19, даны интегральные потоки радиации на стены и кровлю здания, при различных углах поворота, здания. Размеры здания: длина  $L = 75$  м, ширина  $B = 12$  м, высота  $H = 15$  м.

Исходные данные. Нижний Новгород. Из таблицы 4						
№	Месяц	$\delta_0$	d	$A_{\text{вос}}$	$A_{\text{зах}}$	$S_0$
6	Июнь	23.31	166	48	312	1.327

Результаты расчета. Нижний Новгород. 15 июня. Таблица 7									
	Низкая прозрачность			Нормальная прозрачность			Максимальная прозрачность		
	Стена 1(2)	Стена 3(4)	Кровля	Стена 1(2)	Стена 3(4)	Кровля	Стена 1(2)	Стена 3(4)	Кровля
$\Sigma Q$ , МДж	2350	16307	19091	3504	25229	26833	4237	31010	31420
$q$ , МДж/м <sup>2</sup>	13.1	14.5	21.2	19.5	22.4	29.8	23.5	27.6	34.9

Нижний Новгород		Таблица 8			
Суммы суточной радиации МДж/м <sup>2</sup>					
для горизонтальной поверхности на 15 число месяца					
№	Месяц	Q <sub>min</sub>	Q <sub>mid</sub>	Q <sub>max</sub>	Q <sub>справ</sub>
1	Январь	0,3	0.9	1.4	1.82
2	Февраль	2.0	4.0	5.4	4.60
3	Март	5.8	9.6	12.0	9.08
4	Апрель	12.1	18.2	21.9	13.69
5	Май	18.1	25.9	30.5	18.56
6	Июнь	21.2	29.8	34.9	21.41
7	Июль	19.9	28.1	33.0	18.83
8	Август	14.7	21.4	25.5	15.62
9	Сентябрь	8.0	12.7	15.6	9.55
10	Октябрь	3.1	5.8	7.5	4.25
11	Ноябрь	0.8	2.0	2.8	1.76
12	Декабрь	0.3	0.9	1.4	1.08

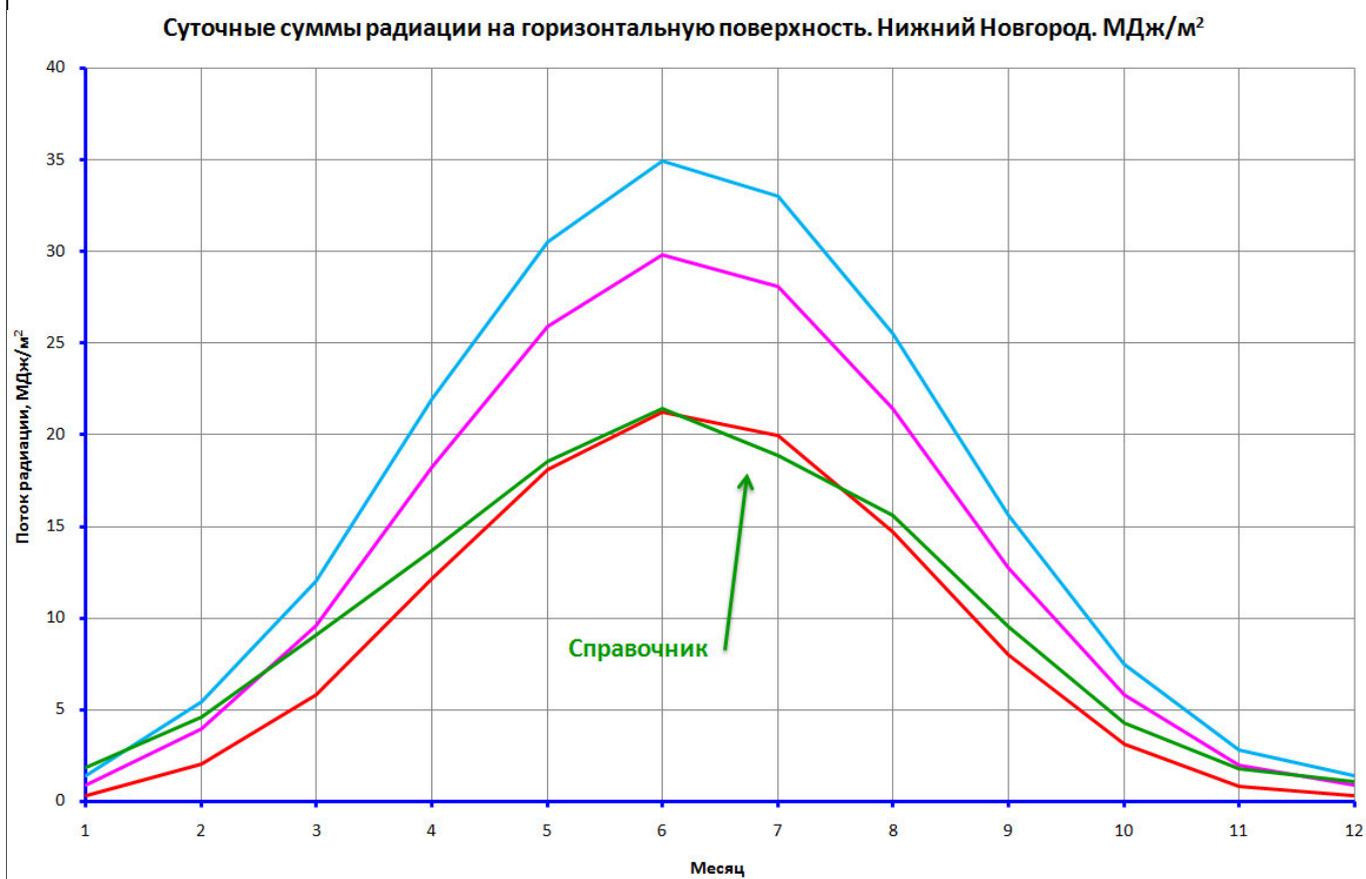


Рисунок 13

Волгоград		Таблица 9			
Суммы суточной радиации МДж/м <sup>2</sup>					
для горизонтальной поверхности на 15 число месяца					
№	Месяц	Q <sub>min</sub>	Q <sub>mid</sub>	Q <sub>max</sub>	Q <sub>справ</sub>
1	Январь	1,8	3.5	4.7	4.34
2	Февраль	4.0	7.0	8.9	7.66
3	Март	8.6	13.3	16.2	12.98
4	Апрель	15.5	22.2	26.2	18.38
5	Май	21.5	29.8	34.6	21.32
6	Июнь	24.5	33.5	38.7	23.45
7	Июль	23.2	31.8	36.9	21.52
8	Август	18.1	25.4	29.8	18.46
9	Сентябрь	11.1	16.6	19.9	14.68
10	Октябрь	5.5	9.1	11.3	10.02
11	Ноябрь	2.3	4.4	5.8	6.48
12	Декабрь	1.4	2.9	3.9	3.76

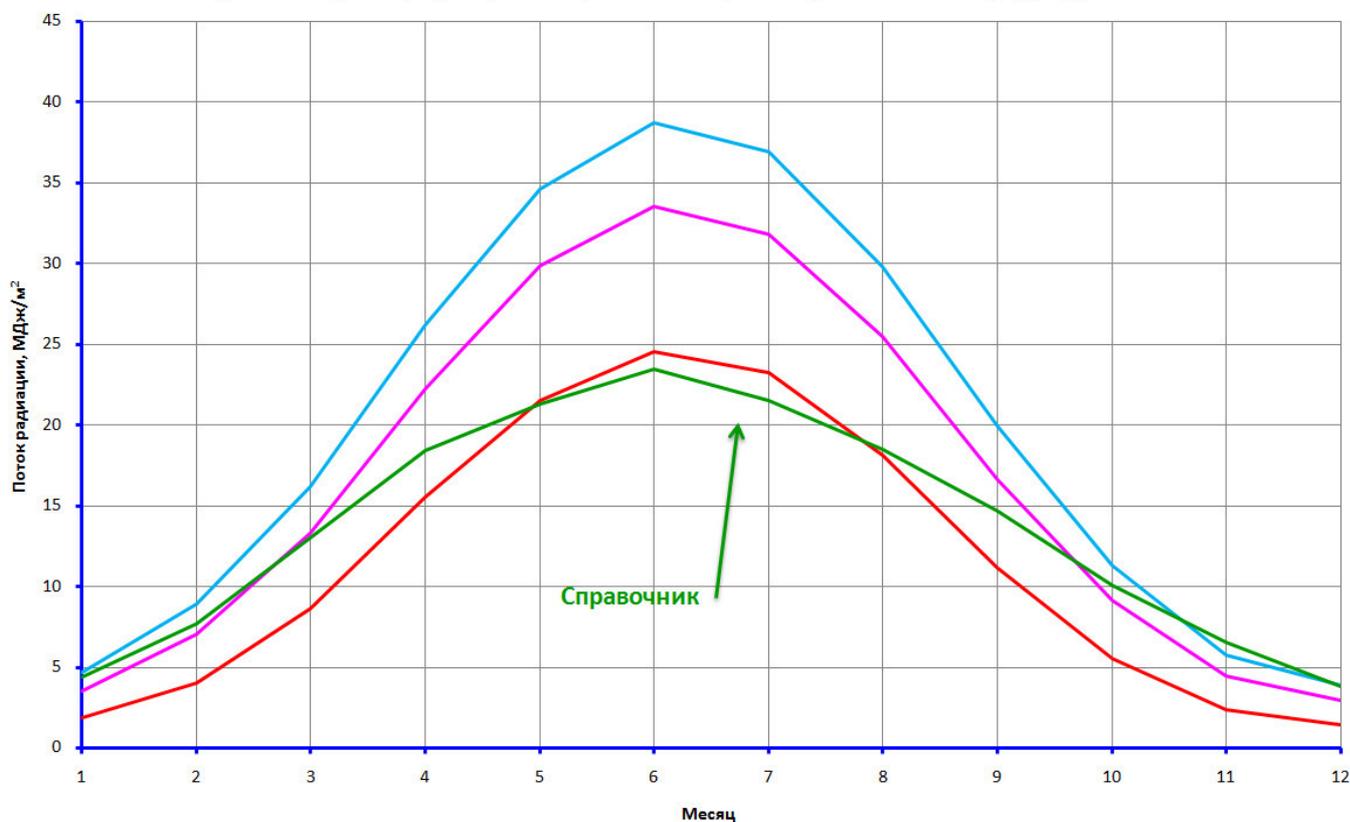
Суточные суммы радиации на горизонтальную поверхность. Волгоград. МДж/м<sup>2</sup>

Рисунок 14

Сочи Таблица 10					
Суммы суточной радиации МДж/м <sup>2</sup>					
для горизонтальной поверхности на 15 число месяца					
№	Месяц	Q <sub>min</sub>	Q <sub>mid</sub>	Q <sub>max</sub>	Q <sub>справ</sub>
1	Январь	2,9	5.3	6.8	7.24
2	Февраль	5.6	9.2	11.4	9.89
3	Март	10.7	15.9	19.1	15.53
4	Апрель	17.8	24.9	29.1	20.44
5	Май	23.8	32.3	37.3	23.32
6	Июнь	26.7	35.9	41.3	23.96
7	Июль	25.4	34.3	39.5	22.68
8	Август	20.3	28.0	32.5	19.70
9	Сентябрь	13.3	19.2	22.8	16.87
10	Октябрь	7.3	11.4	13.9	12.60
11	Ноябрь	3.6	6.3	8.0	8.25
12	Декабрь	2.4	4.5	5.9	6.12

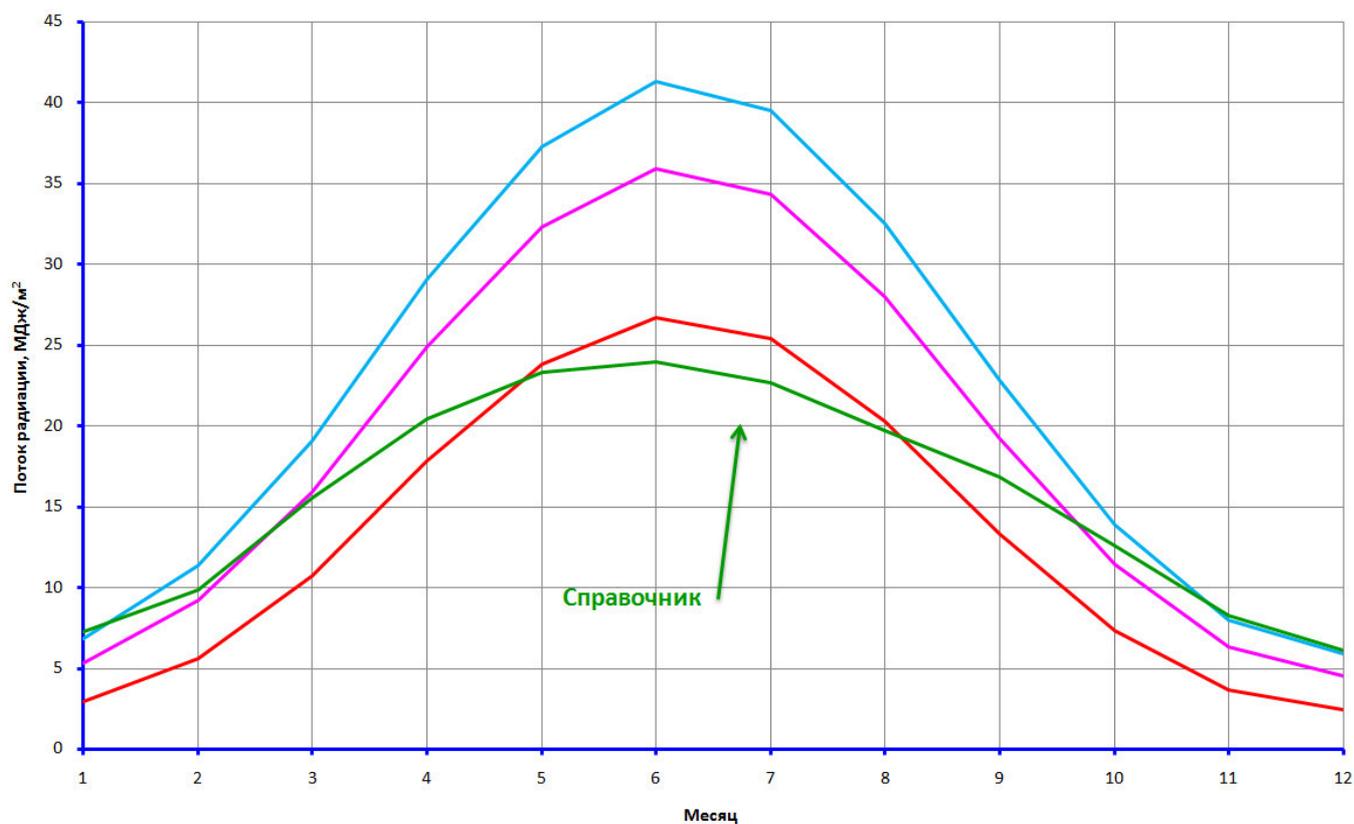
Суточные суммы радиации на горизонтальную поверхность. Сочи. МДж/м<sup>2</sup>

Рисунок 15

Магадан		Таблица 11			
Суммы суточной радиации МДж/м <sup>2</sup>					
для горизонтальной поверхности на 15 число месяца					
№	Месяц	Q <sub>min</sub>	Q <sub>mid</sub>	Q <sub>max</sub>	Q <sub>справ</sub>
1	Январь	0,2	0.7	1.1	1.46
2	Февраль	1.3	2.9	4.1	4.68
3	Март	4.7	8.1	10.3	10.30
4	Апрель	10.7	16.5	20.0	15.64
5	Май	16.7	24.3	28.9	22.86
6	Июнь	19.9	28.3	33.4	26.04
7	Июль	18.5	26.6	31.4	24.76
8	Август	13.3	19.8	23.8	19.05
9	Сентябрь	6.8	11.1	13.9	12.84
10	Октябрь	2.3	4.5	6.0	6.38
11	Ноябрь	0.4	1.2	1.8	2.29
12	Декабрь	0.1	0.4	0.6	0.86

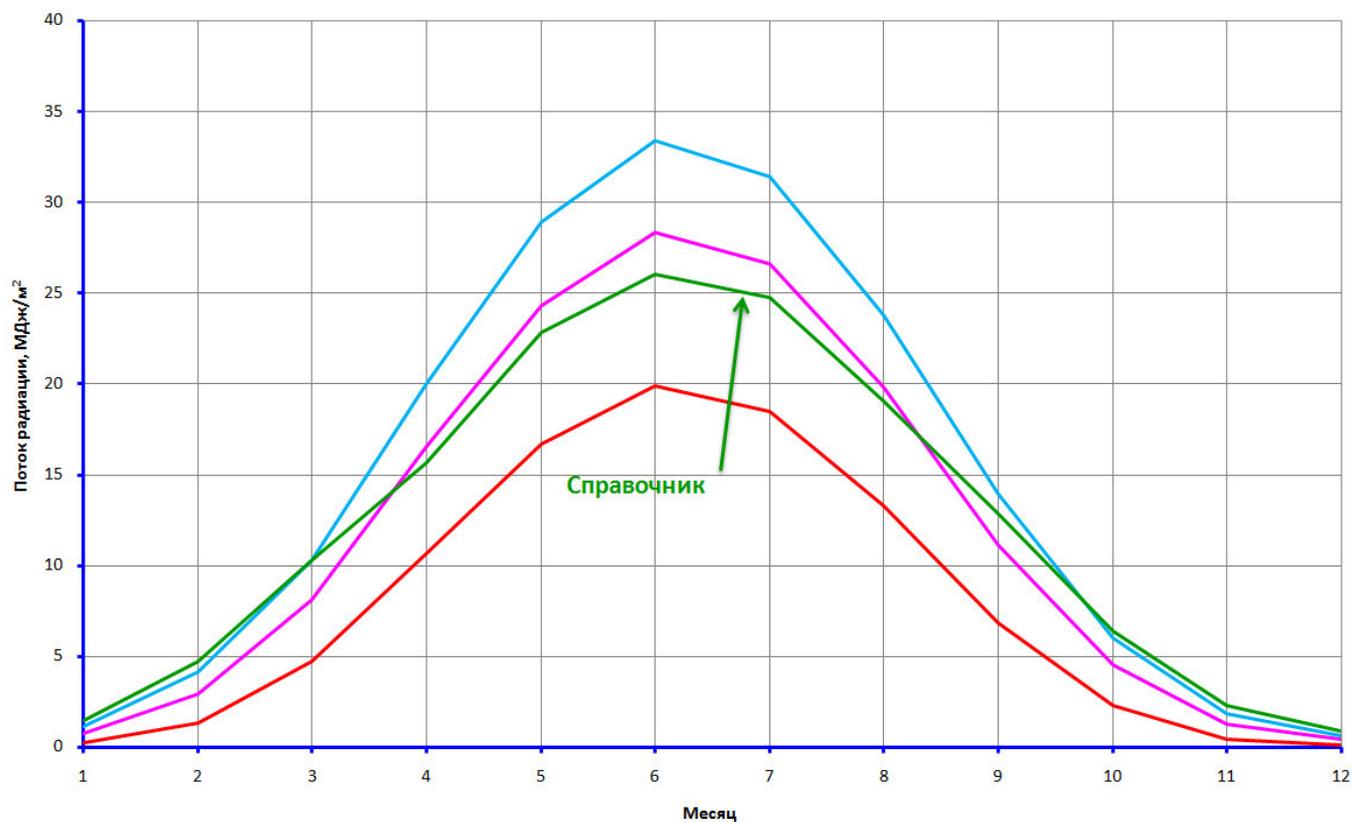
Суточные суммы радиации на горизонтальную поверхность. Магадан. МДж/м<sup>2</sup>

Рисунок 16

Интегральные кривые солнечных потоков на стены и кровлю здания. Нижний Новгород 15 июня.  $\alpha=0^\circ$

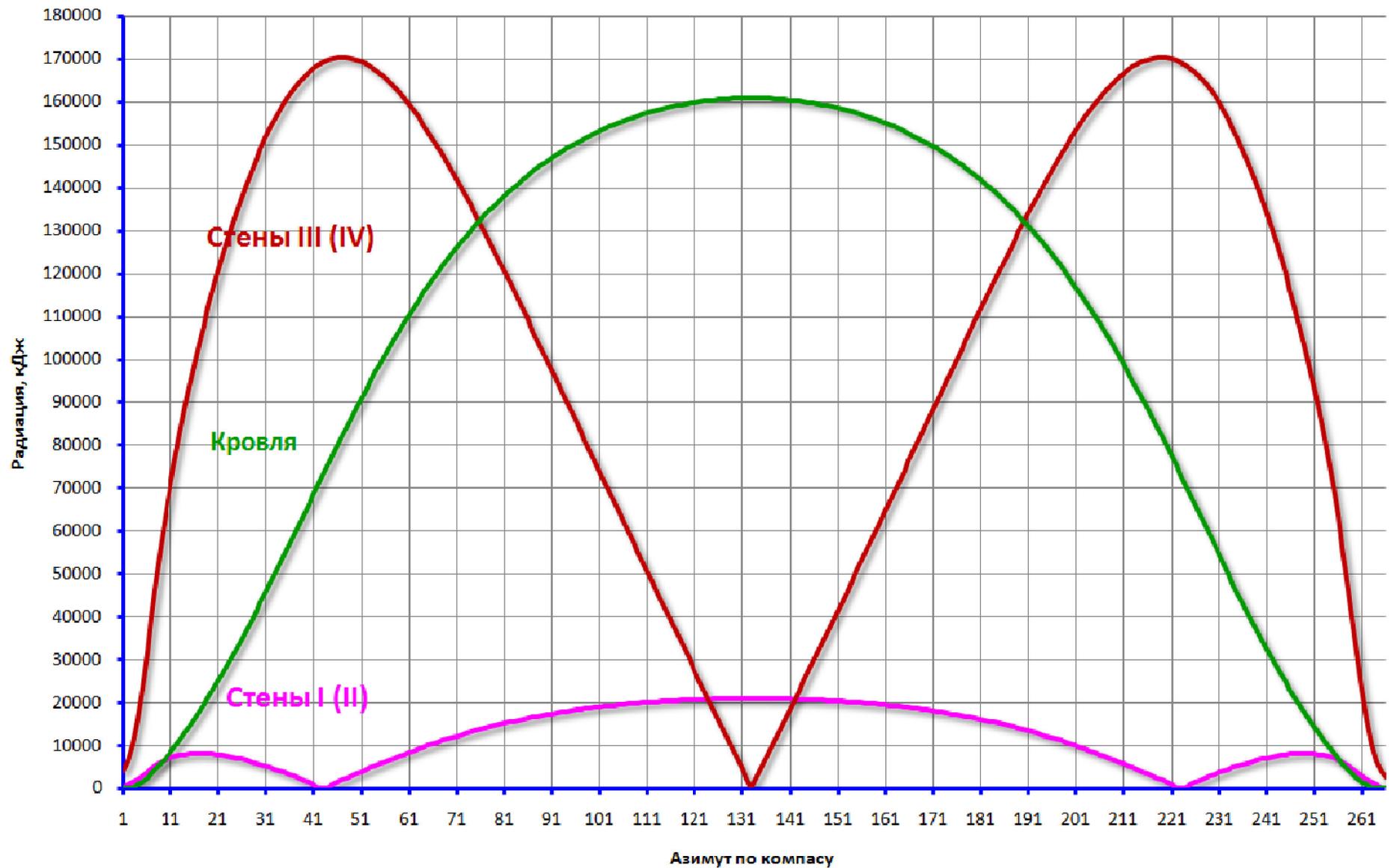


Рисунок 17

Интегральные кривые солнечных потоков на стены и кровлю здания. Нижний Новгород 15 июня.  $\alpha=33^\circ$

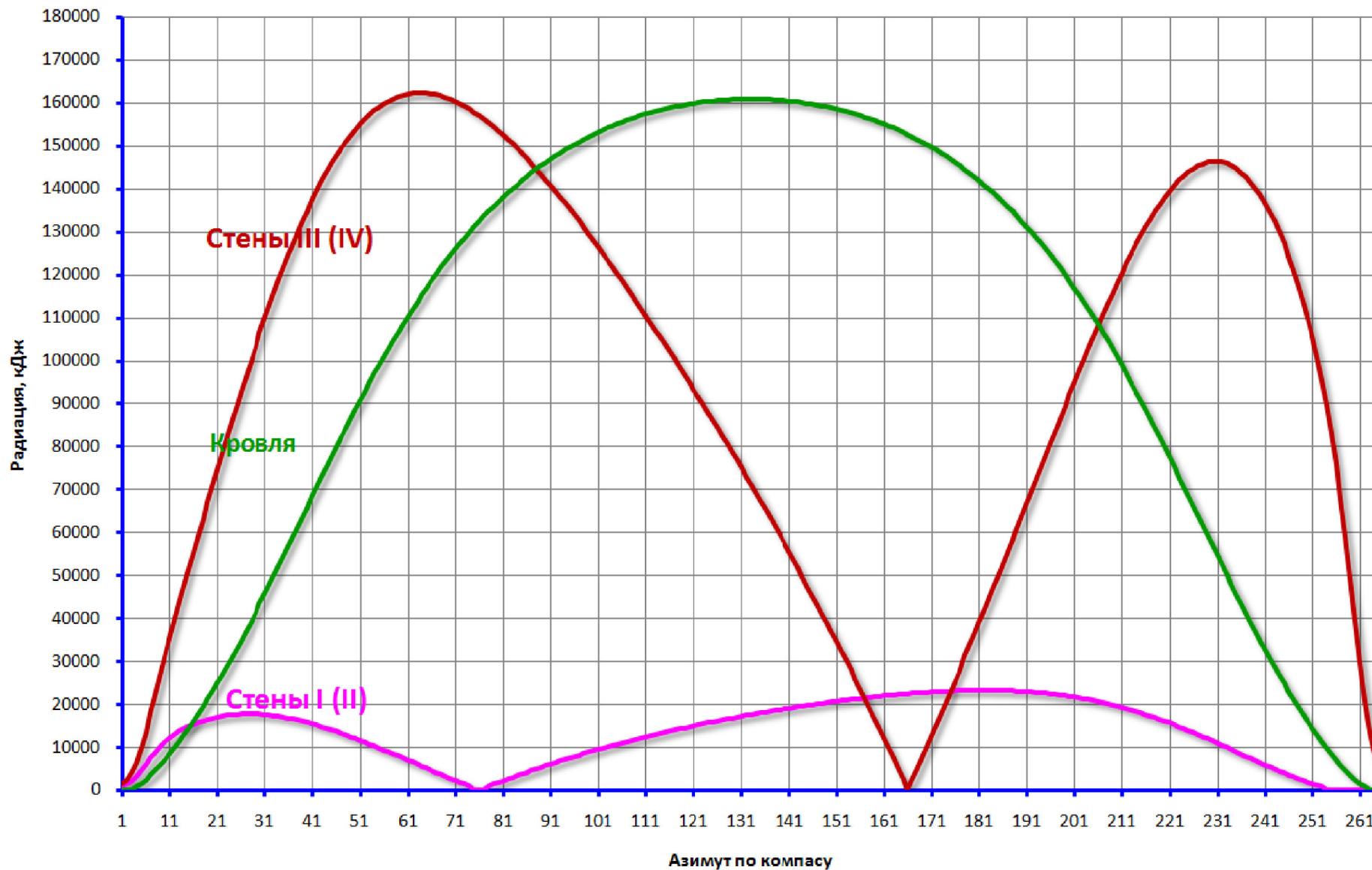


Рисунок 18

Интегральные кривые солнечных потоков на стены и кровлю здания. Нижний Новгород 15 июня.  $\alpha=79^\circ$

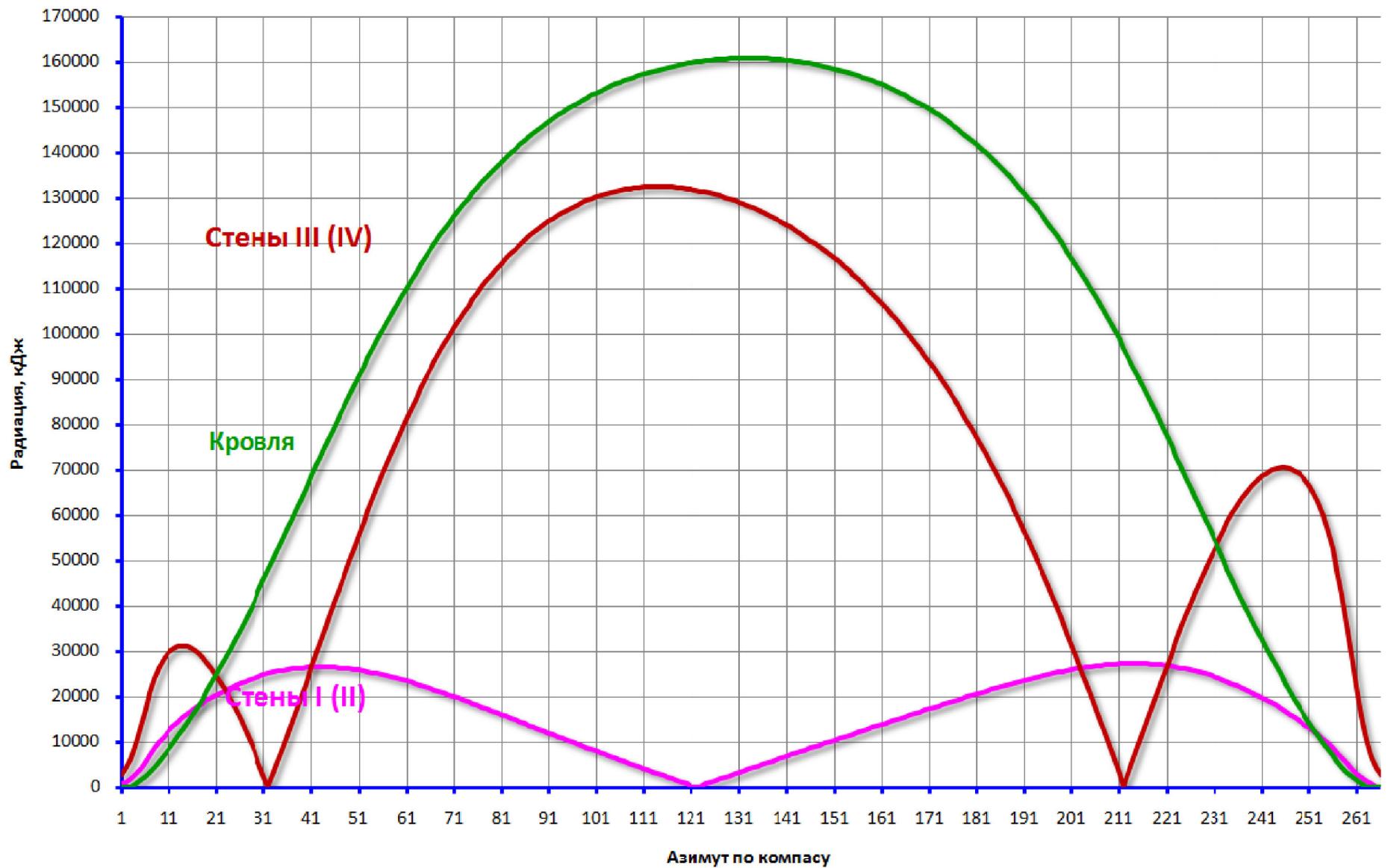


Рисунок 19

## 11. Список используемой литературы .

- [1] Дагаев М.М. и др. Курс общей астрономии. М. "Наука" 1985.
- [2] Кононович Э.В. , Мороз В.И. Курс общей астрономии. М. "УРСС" 2001.
- [3] Дубошин Г.Н. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М. "Наука" 1974.
- [4] Сивков С.И. Методы расчета характеристик солнечной радиации. Гидрометеорологическое издательство. Л. 1968.
- [5] Кондратьев К.Я. Актинометрия. Гидрометеорологическое издательство. Л. 1965.
- [6] Зайцев В.В. и др. Элементарная математика М. "Наука" 1974.
- [7] Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. Физматлит. М. 2005.
- [8] Мухешвили Н.И. Курс аналитической геометрии. Высшая школа М. 1967.
- [9] Соболев С.К. Векторная алгебра. МГТУ им. Н.Э. Баумана. М. 2012.
- [10] Климат Нижнего Новгорода. Л. Гидрометеоиздат 1991.
- [11] Научно-прикладной справочник по климату СССР. Серия 3. Многолетние данные. Части 1-6. Выпуск 13. Волгоградская, Ростовская, Астаханская области... Л. Гидрометеоиздат 1990.
- [12] Научно-прикладной справочник по климату СССР. Серия 3. Многолетние данные. Части 1-6. Выпуск 33. Магаданская область, Чукотский автономный округ Магаданской области. Л. Гидрометеоиздат 1990.